

# فصل ۱

## مثلث

مثلث

همهشتی

مثلث قائم الزاویه

و ض

وز

مثلثها

ض ض ض

با استفاده از تبدیلات

ز ض ز

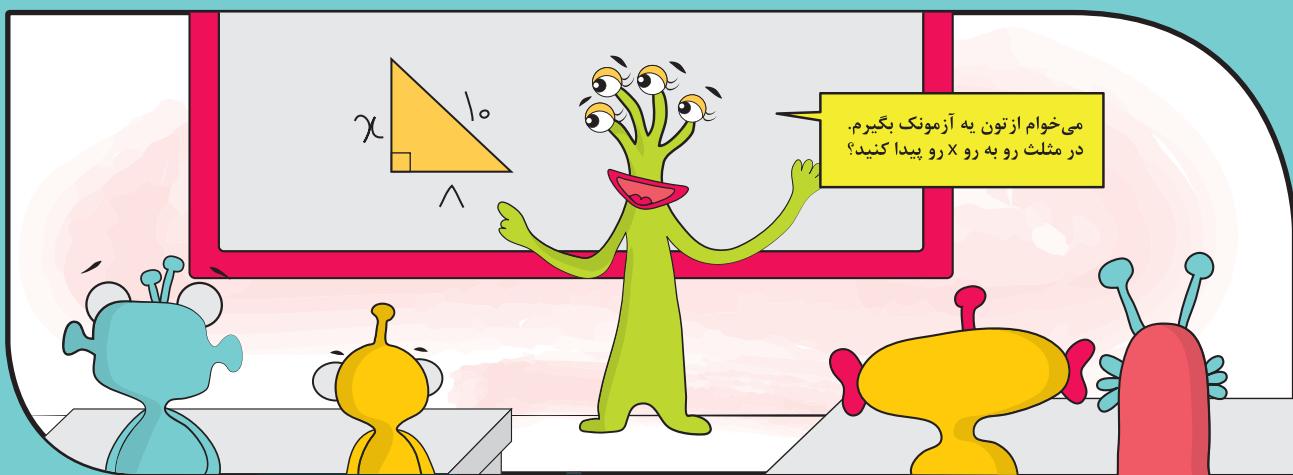
ض ز ض

حل مسئله با استفاده از  
رابطه فیثاغورس

قائم الزاویه

عكس رابطه  
فیثاغورس

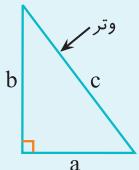
رابطه  
فیثاغورس





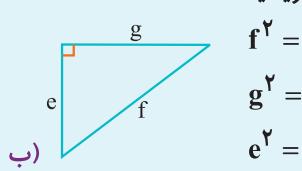
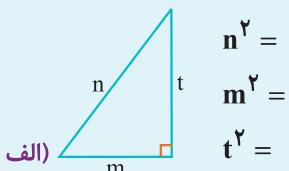
## درسنامه

- رابطهٔ فیثاغورس -  
شکل‌های همنهشت



وتر در مثلث قائم‌الزاویه: ضلع رو به زاویهٔ قائمه را **وتر** گویند.  
رابطهٔ فیثاغورس: در هر مثلث قائم‌الزاویه، مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر برابر است.

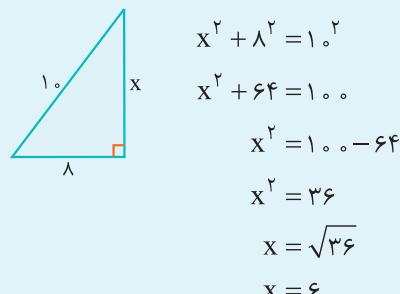
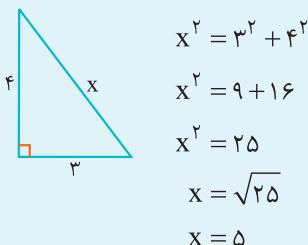
$$a^2 + b^2 = c^2$$



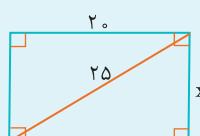
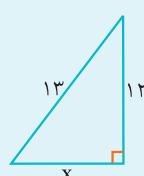
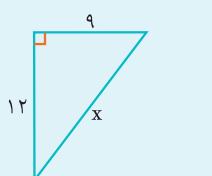
رابطهٔ فیثاغورس را برای هر شکل بنویسید.

دورهٔ اول متوسطه ریاضی هشتم

با داشتن اندازهٔ دو ضلع مثلث قائم‌الزاویه می‌توان اندازهٔ ضلع سوم را به‌دست آورد.

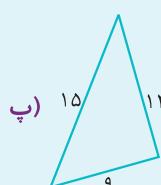
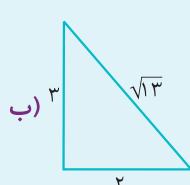
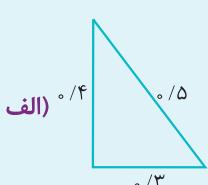


در هر شکل، مقدار  $x$  را به‌دست آورید.



عکس رابطهٔ فیثاغورس: اگر در مثلثی، مجذور یک ضلع با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر آن برابر باشد، آن مثلث قائم‌الزاویه است.

کدام یک از مثلث‌های زیر قائم‌الزاویه است؟



$$(0/3)^2 + (0/4)^2 = (0/5)^2$$

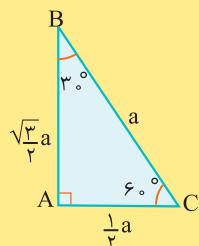
$$0/09 + 0/16 = 0/25$$

قائم‌الزاویه است.  $0/25 = 0/25$

عددهای فیثاغورسی: به سه عددی که مجموع مجذورهای (مربع‌های) دو تا از آنها برابر مجذور (مربع) عدد سوم شود، عددهای فیثاغورسی گویند.



(۷, ۲۴, ۲۵) ، (۸, ۱۵, ۱۷) ، (۹, ۴, ۱۱) ، (۱۳, ۸۴, ۸۵)



در هر مثلث قائم‌الزاویه، اندازهٔ ضلع رو به رو به زاویهٔ  $30^\circ$  نصف وتر است.



$$\begin{aligned}x^2 &= 1^2 + 2^2 \\x^2 &= 1 + 4 = 5 \\x &= \sqrt{5}\end{aligned}$$

دو پاره‌خط رسم کنید که اندازه‌های آن‌ها  $\sqrt{3}$  و  $\sqrt{5}$  سانتی‌متر باشد.

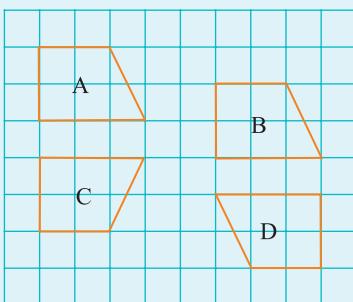
برای رسم یک پاره‌خط به طول  $\sqrt{5}$ ، مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع قائم‌های ۲ و ۱ سانتی‌متر رسم می‌کنیم که وتر آن برابر  $\sqrt{5}$  می‌شود.

**شکل‌های همنهشت**  
اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل هندسی (تقارن، دوران و انتقال) طوری بر شکل دیگر منطبق کنیم که کاملاً یکدیگر را پوشانند، می‌گوییم این دو شکل با یکدیگر **همنهشت** هستند.

وقتی دو شکل همنهشت باشند، اجزای متناظر آن‌ها با هم مساوی هستند.

هر یک از شکل‌های B، C و D با تبدیلات هندسی (انتقال، دوران یا تقارن) از شکل A به دست آمده‌اند.

**الف.** مشخص کنید هر یک از شکل‌ها با کدام تبدیل هندسی از A به دست آمده است.

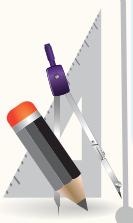


$$\begin{aligned}A &\longrightarrow B \\A &\longrightarrow C \\A &\longrightarrow D\end{aligned}$$

**ب.** اجزاء متناظر آن‌ها را روی شکل‌ها با علامت گذاری مشخص کنید.

$A \cong B \cong C \cong D$

شکل‌های A، B، C و D با هم، همنهشت هستند، یعنی:





## تمرین



1 عبارت درست را با **✓** و نادرست را با **X** مشخص کنید. (دلیل نادرستی را بنویسید).

**الف.** اگر دو ضلع مثلث قائم‌الزاویه ۶ و ۸ سانتی‌متر باشد، و قدر آن ۱۴ سانتی‌متر می‌شود.

**ب.** اگر در مثلثی مجذور بزرگ‌ترین ضلع با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر برابر باشد، آن مثلث، قائم‌الزاویه است.

**پ.** با سه پاره خط به اندازه‌های ۹، ۱۲ و ۱۵ سانتی‌متر **نمی‌توان** یک مثلث قائم‌الزاویه رسم نمود.

**ت.** اگر شکلی را انتقال و دوران دهیم، شکل به دست آمده با شکل اول همنهشت **نیست**.

2 جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب کامل کنید.

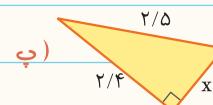
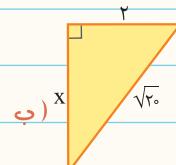
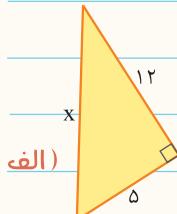
**الف.** اگر طول و عرض مستطیلی ۱۲ و ۵ سانتی‌متر باشد، قطر آن برابر  $\sqrt{13}$  سانتی‌متر می‌شود.

**ب.** در مثلث قائم‌الزاویه، مجذور  $\sqrt{5}$  با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر برابر است.

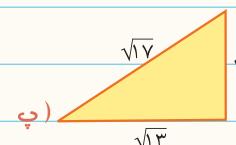
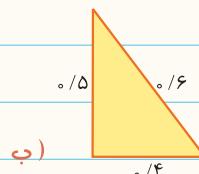
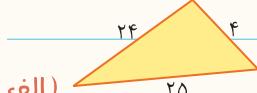
**پ.** اگر اندازه ضلع مثلثی ۷ و ۸ و ۱۱ باشد، آن مثلث، قائم‌الزاویه  $\sqrt{11}$  است.

**ت.** اگر دو شکل کاملاً یکدیگر را بپوشانند، می‌گوییم این دو شکل با هم  $\sim$  هستند.

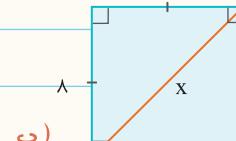
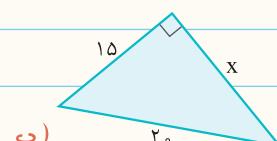
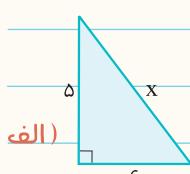
3 در هر شکل، مقدار  $x$  را به دست آورید.



4 کدام یک از مثلث‌های زیر قائم‌الزاویه هستند؟



5 طول ضلع خواسته شده در هر شکل را تا یک رقم اعشار به دست آورید.



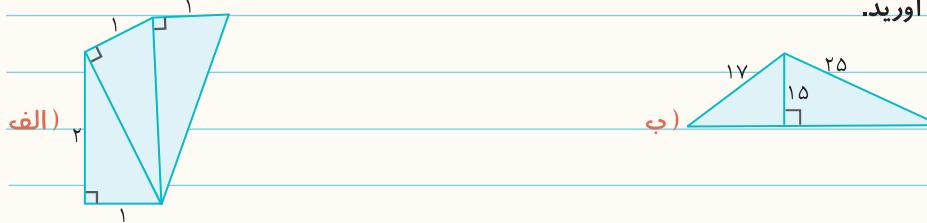
۶ طول مستطیلی ۱۲ و عرض آن ۹ سانتی‌متر است. اندازه قطر آن را به‌دست آورید.

۷ قطر مربعی ۱۰ سانتی‌متر است. اندازه هر ضلع آن چه‌قدر است؟

۸ ضلع یک لوزی ۲۵ و قطر بزرگ آن ۴۰ سانتی‌متر است. قطر کوچک آن را به‌دست آورید.

۹ در مستطیلی اندازه طول آن دو برابر عرض آن است. اگر قطر آن  $30^\circ$  سانتی‌متر باشد، طول و عرض آن چند سانتی‌متر است؟

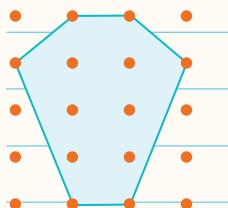
۱۰ محیط شکل‌های زیر را به‌دست آورید.



۱۱ در هر شکل، مقدار  $x$  را به‌دست آورید.

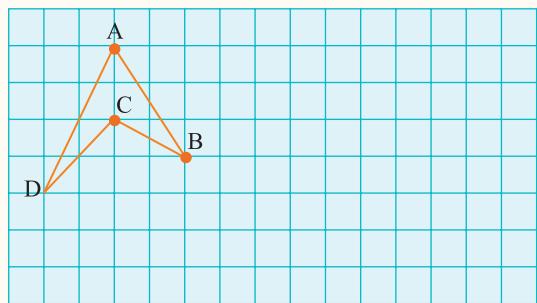


۱۲ در شکل مقابل، فاصله هر دو نقطه متوالی به صورت افقی و عمودی یک واحد است. محیط شش‌ضلعی را حساب کنید.



۱۳ پاره خط‌هایی به طول  $\sqrt{5}$  و  $\sqrt{13}$  سانتی‌متر رسم کنید.



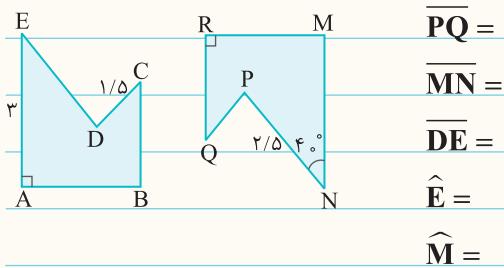


الف. چهارضلعی  $ABCD$  را با دوران  $180^\circ$  حول نقطه  $B$  دوران

انتقال دهید و شکل به دست آمده را  
 $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$   
 داده و سپس با بردار  $MNPQ$  بنامید.

ب. اجزای متناظر در دو چهارضلعی  $ABCD$  و  $MNPQ$  را بنویسید.

دو شکل زیر همنهشت هستند. اندازه ضلع‌ها و زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.



$$\overline{PQ} =$$

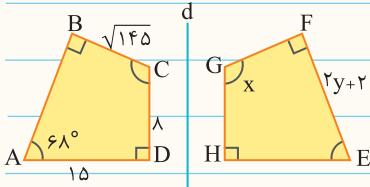
$$\overline{MN} =$$

$$\overline{DE} =$$

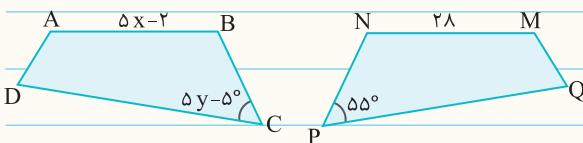
$$\hat{E} =$$

$$\hat{M} =$$

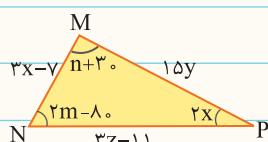
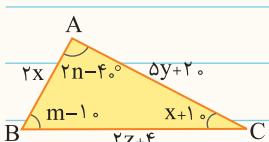
چهارضلعی‌های زیر نسبت به خط  $d$  قرینه یکدیگرند. مقادیر  $x$  و  $y$  را به دست آورید.



در شکل‌های زیر،  $ABCD \cong MNPQ$  است. تساوی بین اجزای متناظر دو چهارضلعی را بنویسید و مقادیر  $x$  و  $y$  را به دست آورید.



دو مثلث زیر با انتقال بر هم منطبق می‌شوند. ابتدا مقادیر مجهول را با حل معادله به دست آورده، سپس اندازه ضلع‌ها و زاویه‌های خواسته شده را بنویسید.



$$\hat{M} =$$

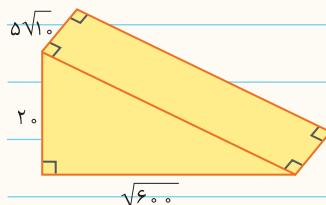
$$\overline{AB} =$$

$$\hat{P} =$$

$$\overline{AC} =$$

$$\hat{B} =$$

$$\overline{NP} =$$



با توجه به سطح شیبدار مقابله: ۱۹

الف. طول سطح شیبدار را به دست آورید.

ب. مساحت روی سطح شیبدار را حساب کنید.

به سؤالات چهارگزینه‌ای زیر پاسخ دهید. ۲۰

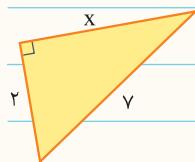
با کدام یک از عددهای زیر نمی‌توان مثلث قائم‌الزاویه رسم کرد؟

۱۴ و ۱۳ و ۱۷ (۱)

۱۵ و ۸ و ۱۷ (۲)

۱۲ و ۹ و ۱۵ (۳)

۴ و ۳ و ۵ (۴)



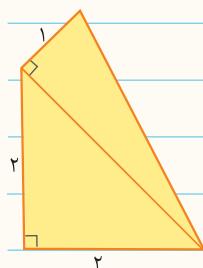
مقدار x در شکل مقابله کدام گزینه است؟ ۲۱

$\sqrt{45}$  (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

$\sqrt{53}$  (۴)



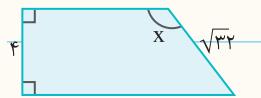
محیط شکل مقابله کدام گزینه است؟ ۲۲

۹ (۱)

۸ (۲)

$5 + \sqrt{3}$  (۳)

۷ (۴)

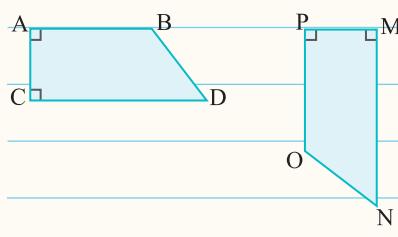


$120^\circ$  (۲)

$150^\circ$  (۴)

$105^\circ$  (۱)

$135^\circ$  (۳)



دو ذوزنقه مقابله همنهشت هستند. کدام گزینه درست است؟ ۲۳

$\overline{BC} = \overline{PO}$  (۱)

$\overline{DC} = \overline{MN}$  (۲)

$\widehat{N} = \widehat{B}$  (۳)

$\overline{ON} = \overline{AB}$  (۴)